Über eine Form des Rückversicherungsvertrages zur Erreichung normaler Schwankung des Schadensatzes

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung des Doktorgrades

genehmigt von der

Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät

der

Friedrich-Wilhelms-Universität zu Berlin

von

Kurt Klingner

aus Berlin

Tag der mündlichen Prüfung: 22. Februar 1939

Tag der Promotion: 15. September 1939

1939

Druckerei und Verlag wissenschaftlicher Werke Konrad Triltsch
Würzburg-Aumühle

N 46

Referenten: Prof. Dr. P. Riebesell.
Prof. Dr. A. Klose.

R. UNIV.
BIBLIOTHEEK
LEIDEN

I.

Die Rückversicherung ist aus dem Bedürfnis des Erstversicherers entstanden, bei den sehr schweren Wagnissen das Risiko mit anderen Versicherern zu teilen. Nachdem die Rückversicherung eine selbständige Stellung als Versicherungszweig erlangt hatte, fiel ihr immer mehr die Aufgabe zu, sich nicht nur an einzelnen Wagnissen zu beteiligen, sondern auch stets dort zu leisten, wo eine außergewöhnliche Inanspruchnahme im Ganzen die Betriebssicherheit des Erstversicherers gefährdete.

Es soll in dieser Arbeit untersucht werden, wie einer „außergewöhnlichen Inanspruchnahme" am besten durch Rückversicherung zu begegnen ist. Zunächst muß der vorgenannte Begriff näher erläutert werden. Eine „außergewöhnliche Inanspruchnahme" liegt nicht schon dann vor, wenn ein Schaden an einem großen Versicherungsobjekt eingetreten ist. Behält nämlich der Erstversicherer eine hohe Versicherungssumme, ohne Teile davon in Rückdeckung zu geben, so muß er auch mit einem entsprechend hohen Schaden rechnen. Man kann diesen dann aber nicht als „außergewöhnlich" bezeichnen, selbst dann nicht, wenn die Wahrscheinlichkeit für den Eintritt des Ereignisses sehr klein ist! Dagegen bedeuten Zusammenballungen auch kleinerer Schäden mitunter eine Betriebsgefährdung. Zu weitgehend jedoch ist die Rückdeckung bei den Jahresüberschaden-Verträgen („Excess of loss"-Deckung), bei denen der über einen festgesetzten Betrag hinausgehende Jahresschaden vom Rückversicherer ersetzt wird. Zumeist ist dieser festgesetzte Betrag, der sogenannte „Normalschaden", so niedrig, daß die Rücklagen, die ja besonders für einen solchen Fall gebildet worden sind, beim Überschreiten des Normalschadens garnicht angegriffen werden. Der Rückversicherer tritt also auch ein, obgleich eine Gefährdung der Betriebssicherheit noch nicht vorliegt. Man kann nun den Normalschaden höher ansetzen, so daß tatsächlich die gestellten Rücklagen benötigt werden. Es besteht dann aber die Gefahr, daß in einer Reihe aufeinander folgender Jahre immer Teile der Rücklagen verbraucht werden, ohne daß die Gewähr

für die Wiederauffüllung derselben besteht. In diesem Falle würde die Sicherheit des Betriebes in Frage gestellt werden. Zwischen diesen beiden letzten Fällen liegt also das, was wir unter „außergewöhnlicher Inanspruchnahme" verstehen wollen: Der Versicherer muß mit einer normalen Schwankung seiner Schadenquote rechnen, d. h. mit einer Schwankung, die sich um einen Mittelwert wie die Gaußsche Kurve verteilt. Was darüber hinausgeht, ist aber „außergewöhnliche Inanspruchnahme".

Es soll ein Beispiel eines Rückversicherungsvertrages genannt werden, der, wenn auch praktisch undurchführbar, die einfachste Lösung darstellt: Die Schadenquote einer Versicherungsgesellschaft betrage im Durchschnitt 1‰, das Quadrat der Streuung sei 0,5‰. Dann wird mit Hilfe der Gaußschen Verteilungskurve die Anzahl der Jahre festgelegt, in denen die Schadensätze eine vorgeschriebene Höhe haben. Diese Tabelle sieht folgendermaßen aus, wenn der Vertrag über 100 Jahre (diese hohe Zahl ist notwendig) abgeschlossen wird:

Höhe des Schadens	Anzahl der Jahre, in denen d. Erstversich. d. Schaden selbst trägt	Höhe des Schadens	Anzahl der Jahre, in denen d. Erstversich. d. Schaden selbst trägt
0,9—1,1 ‰	11,3	1,9—2,1 ‰	4,2
1,1—1,3 ‰	10,8	2,1—2,3 ‰	2,7
1,3—1,5 ‰	9,6	2,3—2,5 ‰	1,6
1,5—1,7 ‰	7,9	2,5—2,7 ‰	0,9
1,7—1,9 ‰	6,0	2,7—2,9 ‰	0,4

Ist nun innerhalb der 100 Jahre der Schadensatz 1,7—1,9‰ z. B. 9 mal aufgetreten, so ersetzt die Rückversicherung davon 3 Fälle. Mit diesen kurzen Andeutungen wollen wir uns begnügen [1]). Da dieser Weg aus mancherlei Gründen ungangbar ist, soll versucht werden, denselben Tatbestand durch einen anderen Vertrag zu erreichen.

Es sei noch folgendes bemerkt: Eine zu hohe Rückdeckung kann nur bedeuten, daß die notwendigen Rücklagen außer von der Direktversicherung auch noch vom Rückversicherer gestellt werden, was nur zu einer Verteuerung des Versicherungsschutzes führen kann. Im folgenden beschränken wir uns auf die Feuerversicherung, da das notwendige statistische Material für andere Versicherungszweige bisher nicht veröffentlicht worden ist.

[1]) Vgl. hierzu: Riebesell, P.: Einführung in die Sachversicherungs-Mathematik, Berlin 1936, S. 72—75.

II.

Es sollen zunächst die Ursachen untersucht werden, die eine anomale Schwankung der Schadenquote hervorrufen können. Es sind dieses die folgenden:

1. Die Schadenhäufigkeit (Ausbruchswahrscheinlichkeit).
2. Die Schadenhöhe (Ausbreitungswahrscheinlichkeit).
3. Die Unterschiede in der Höhe der Versicherungssummen der einzelnen Risiken.

Diese drei Fragen werden im folgenden systematisch untersucht werden, um ihre Struktur kennen zu lernen. Wir bedienen uns dabei eines Verfahrens, welches von Polya [2]) angegeben worden ist. Es soll im folgenden kurz erläutert werden:

Man betrachte eine Reihe von Ereignissen

$$x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots, x_n, \ldots,$$

die auch voneinander abhängig sein können. Es wird nach der Wahrscheinlichkeit gefragt, daß bei n Ereignissen r mal ein bestimmtes Merkmal (z. B. Brandausbruch oder Schaden einer bestimmten Höhe) auftritt. Polya unterscheidet nun für den Grenzübergang $n \to \infty$ folgende Fälle:

Für die Häufigkeit der Ereignisse,
ob es sich um einen Laplaceschen Grenzübergang handelt, d. h. die Wahrscheinlichkeit des Eintrittes des Ereignisses p bleibt für $n \to \infty$ fest (Fall a), oder um den Poissonschen Grenzübergang, $p \to 0$, aber der Erwartungswert np nimmt einen festen, positiven Wert an (Fall b).

Für die Abhängigkeit der Ereignisse
gibt Polya zwei Strukturen an, die Ansteckung, deren Maß mit δ, $-\infty < \delta < +\infty$ bezeichnet wird und die vorliegt, wenn ein Ereignis nur abhängig ist von der Gesamtheit (= Summe, da wir eine Alternative mit den Merkmalen 0 und 1 betrachten) der bisher überhaupt eingetretenen Merkmale,
und die Verkettung, deren Maß mit τ, $-1 \leqq \tau \leqq +1$ bezeichnet wird und die vorliegt, wenn ein Ereignis nur abhängig ist von dem Merkmal des unmittelbar vorhergehenden Ereignisses. Für beide Strukturen werden nun folgende Unterscheidungen hinsichtlich des Grades der Abhängigkeit gemacht:

---

[2]) G. Polya, Sur quelques points de la théorie des probabilités, in: „Annales de l'Institut Henri Poincaré", Bd. I, 2, S. 117—161, 1930.

(Fall 1) Unabhängige Ereignisse, $\delta = 0$ bzw. $\tau = 0$

(Fall 2) Schwach abhängige Ereignisse

$$\delta \to 0, \text{ aber } n\delta \text{ fest} \neq 0, > -1$$
$$\text{bzw. } \tau \text{ fest}, \tau \neq 0, -1 < \tau < +1$$

(Fall 3) Stark abhängige Ereignisse, δ fest, positiv

$$\text{bzw. } \tau \to 1, \text{ aber } n(1-\tau) \text{ fest, positiv.}$$

Die Art des Grenzüberganges ist bestimmt durch eine Entscheidung über

I. „Ansteckung" oder „Verkettung",
II. Grad der Abhängigkeit (Fälle 1, 2, 3),
III. Laplacescher oder Poissonscher Grenzübergang (a, b)

und in diesem eben angegebenen Sinne sollen die später betrachteten Grenzübergänge ausgeführt werden. Wir wenden uns nunmehr der Untersuchung der angegebenen drei Fragen zu.

1. Die Schadenhäufigkeit.

Wir können uns hier auf schon vorhandene Untersuchungen stützen: Riebesell stellt in seinen Ausführungen über die Feuerversicherung [3]) fest, daß die „Schadenausbruchshäufigkeiten in den verschiedenen Jahren sich in Form einer Gaußschen Kurve" verteilen. C. Lange hat in einer Arbeit „Untersuchungen über die jährlichen Schwankungen der Schadensquotienten" [4]) die Ausbruchswahrscheinlichkeit in der Feuerversicherung behandelt und hierzu Statistiken der „Kjobenhavns Brandforsikring" und der „Hamburger Feuerkasse" benutzt. Auch er findet bei der dänischen Gesellschaft eine gute, bei der Hamburger Feuerkasse eine allerdings etwas schlechtere Übereinstimmung mit der Gaußschen Verteilung. Die Abweichungen bei der Hamburger Feuerkasse sind derartig, daß das dritte Moment negativ wird, also die größeren Abweichungen vom Mittelwert nach links, zu den wenigen Bränden hin, auftreten. Es wird jetzt versucht werden, die Verteilungsfunktion der Schadenhäufigkeit in der Grenze zu ermitteln, indem man n, die Anzahl der Jahre, über alle Grenzen wachsen läßt. Kann dabei der Grenzübergang im Polyaschen Sinne festgelegt werden? Zur Ermittlung der Struktur der Abhängigkeit er-

[3]) Vgl. Anm. 1, S. 47.

[4]) C. Lange, Untersuchungen über die jährlichen Schwankungen der Schadensquotienten in der Lebensversicherung und in der Feuerversicherung, Wirtschaft und Recht der Versicherung, 1932, Nr. 2.

scheint die Annahme, daß die Gesamtheit der bisherigen Brände ein Gradmesser für die Gefahr eines Brandausbruchs ist (Ansteckung), weil sie ein Kennzeichen der Witterung enthält und auch Katastrophen ausdrückt, ebenso berechtigt wie die Annahme, daß die Wahrscheinlichkeit eines Brandes abhängig ist vom Merkmal (Brand oder kein Brand) des unmittelbar benachbarten Hauses (Verkettung). Wir wollen die Frage einstweilen offen lassen.

Da bei der Frage nach dem Grade der Abhängigkeit a priori die Unabhängigkeit verneint werden muß, bleibt auf Grund des oben erwähnten statistischen Materials nur der Fall 2 der schwach abhängigen Ereignisse, wenn man sich, wie einleitend bemerkt wurde, auf die Feuerversicherung beschränkt. Die Entscheidung über die Häufigkeit der Ereignisse ist am leichtesten zu beantworten: Es handelt sich um keine seltenen Ereignisse, also um den Laplaceschen Grenzübergang. Auf Grund dieser Entscheidungen kann schon die Grenzverteilung abgeleitet werden, was im folgenden für die Struktur der Ansteckung durchgeführt wird. Polya zeigt, daß man für die Verkettung dieselbe Grenzverteilung erhält [5]).

Der Fall 2a „Ansteckung", um den es sich hier handelt, war gekennzeichnet durch $\delta \to 0$, aber $n\delta = d$ (konstant); $p = \text{const.}$

Die Wahrscheinlichkeit, in n Ereignissen r mal ein bestimmtes Merkmal zu erhalten, beträgt nach einer bekannten Formel [6]):

$$(1)\quad w_n(r) = \binom{n}{r} \frac{p\,(p+\delta)\,\ldots\,(p+(r-1)\,\delta)\;q\,(q+\delta)\,\ldots\,(q+(s-1)\,\delta)}{1\,(1+\delta)\,\ldots\ldots\;\ldots\,(1+(n-1)\,\delta)},$$

wo $s = n - r$, p die Wahrscheinlichkeit des Eintrittes des Merkmals bei einem Ereignis, δ der Grad der Ansteckung ist. Daraus folgt durch Division

$$\frac{w_n(r+1)}{w_n(r)} = \frac{(n-r)\,(p+r\,\delta)}{(r+1)\,[q+(n-r-1)\,\delta]}.$$

Führt man hierin die Transformation

$$x = \frac{r - np}{\sqrt{npq}} \quad \text{durch und setzt} \quad h = \frac{1}{\sqrt{npq}},$$

so erhält man

$$\frac{w_n(r+1)}{w_n(r)} = \frac{n - \frac{x}{h} - np}{\frac{x}{h} + 1 + np} \cdot \frac{p + \left(\frac{x}{h} + np\right)\delta}{q + \left(n - \frac{x}{h} - np - 1\right)\delta}$$

---

[5]) Vgl. die genannte Arbeit von Polya (Anm. 2) und die darin angegebene Literatur.

[6]) Vgl. Anm. 1, S. 27.

$$\frac{w_n(r+1)}{w_n(r)} = \frac{\left(nq - \frac{x}{h}\right)\left[p(1+d) + \frac{x\delta}{h}\right]}{\left(np + \frac{x+h}{h}\right)\left[q(1+d) - \frac{(x+h)\delta}{h}\right]}.$$

Also ist, mit $\mu^2 = 1 + d$,

$$(2) \qquad \frac{w_n(r+1)}{w_n(r)} = \frac{\left(1 - \frac{x}{nhq}\right)\left[(1+d) + \frac{x\delta}{ph}\right]}{\left(1 + \frac{x+h}{nhp}\right)\left[(1+d) - \frac{(x+h)\delta}{qh}\right]}$$

$$= \frac{\left(1 - \frac{x}{nhq}\right) \cdot \left(1 + \frac{x\delta}{\mu^2 ph}\right)}{\left(1 + \frac{x+h}{nhp}\right) \cdot \left(1 - \frac{(x+h)\delta}{\mu^2 qh}\right)}.$$

Man logarithmiert beide Seiten und führt

$$y(x) = \ln w_n(r)$$

als neue Variable ein. Den Logarithmus kann man, wie folgt, abschätzen:

$$|\ln(1+z) - z| < z^2, \text{ wenn } |z| < \frac{1}{2} \text{ ist, da}$$

$$\ln(1+z) = z - \frac{z^2}{2} + \frac{z^3}{3} - + \ldots = z - \frac{z^2}{2} + R(z), \text{ mit } |R(z)| < \frac{z^2}{2}, \text{ ist.}$$

Mithin gelten nach Einführung des Logarithmus für hinreichend großes n die folgenden Abschätzungen.

$$(U) \quad \begin{cases} \left|\ln\left(1 - \frac{x}{nhq}\right) + \frac{x}{nhq}\right| < \frac{x^2}{n^2h^2q^2}, \\ \left|\ln\left(1 + \frac{x+h}{nhp}\right) - \frac{x+h}{nhp}\right| < \frac{(x+h)^2}{n^2h^2p^2}, \\ \left|\ln\left(1 + \frac{x\delta}{\mu^2 ph}\right) - \frac{x\delta}{\mu^2 ph}\right| < \frac{x^2\delta^2}{\mu^4 p^2 h^2}, \\ \left|\ln\left(1 - \frac{(x+h)\delta}{\mu^2 qh}\right) + \frac{(x+h)\delta}{\mu^2 qh}\right| < \frac{(x+h)^2\delta^2}{\mu^4 q^2 h^2}. \end{cases}$$

Aus Gleichung (2) folgt aber

$$y(x+h) - y(x) = \ln\left(1 - \frac{x}{nhq}\right) + \ln\left(1 + \frac{x\delta}{\mu^2 ph}\right)$$

$$- \ln\left(1 + \frac{x+h}{nhp}\right) - \ln\left(1 - \frac{(x+h)\delta}{\mu^2 qh}\right)$$

und in Verbindung mit den Ungleichungen die Abschätzung

$$(3) \quad \left| y(x+h) - y(x) + \frac{1}{nh}\left(\frac{x}{q} + \frac{x+h}{p}\right) - \frac{\delta}{\mu^2 h}\left(\frac{x}{p} + \frac{x+h}{q}\right)\right| \xrightarrow[\text{für } n \to \infty]{} 0.$$

Denn es gilt

$$\left|\left\{\ln\left(1-\frac{x}{nhq}\right)+\frac{x}{nhq}\right\}-\left\{\ln\left(1+\frac{x+h}{nhp}\right)-\frac{x+h}{nhp}\right\}\right.$$
$$\left.+\left\{\ln\left(1+\frac{x\,\delta}{\mu^2\,p\,h}\right)-\frac{x\,\delta}{\mu^2\,p\,h}\right\}-\left\{\ln\left(1-\frac{(x+h)\,\delta}{\mu^2\,q\,h}\right)+\frac{(x+h)\,\delta}{\mu^2\,q\,h}\right\}\right|$$
$$<\frac{U^2}{n^2h^2}\left(\frac{1}{q^2}+\frac{1}{p^2}\right)+\frac{U^2\,\delta^2}{\mu^4\,h^2}\left(\frac{1}{p^2}+\frac{1}{q^2}\right),$$

wo U das Maximum von x und x + h bedeutet. Nun geht aber hierin die rechte Seite der Ungleichung mit $n \to \infty$ gegen Null, da

$$\frac{1}{nh}=\frac{\sqrt{npq}}{n}\longrightarrow 0\,;\qquad \frac{\delta}{h}=\delta\sqrt{npq}=\frac{d\sqrt{pq}}{\sqrt{n}}\longrightarrow 0.$$

In dem Ausdruck (3) nimmt man noch einige Umformungen vor und setzt

$$\frac{1}{nh}\left(\frac{x}{q}+\frac{x+h}{p}\right)=\frac{1}{h}\cdot\frac{px+q(x+h)}{npq}=h\,\bar{x}\,.$$

Entsprechend $\frac{\delta}{\mu^2 h}\left(\frac{x}{p}+\frac{x+h}{q}\right)=\frac{\delta n}{\mu^2 h}\cdot\frac{p(x+h)+qx}{npq}=\frac{d\,h}{\mu^2}\,\bar{\bar{x}}$,

wo $\bar{x}=px+q(x+h)$ den Mittelwert von x und x + h,

$\bar{\bar{x}}=p(x+h)+qx$ den Mittelwert von x + h und x bedeutet.

Mit wachsendem n wird wegen $h \to 0$: $\bar{x} \to \bar{\bar{x}}$.

Setzt man daher $\bar{x}=\bar{\bar{x}}=x+\frac{h}{2}$, so ist der begangene Fehler höchstens $\frac{h}{2}$. Also kann der Ausdruck (3) geschrieben werden

$$y(x+h)-y(x)+h\,\bar{x}-\frac{d\,h}{\mu^2}\,\bar{\bar{x}}\Big|=\Big|y(x+h)-y(x)+h\left(x+\frac{h}{2}\right)\left(1-\frac{d}{\mu^2}\right)\Big|$$
$$=\Big|y(x+h)-y(x)+\frac{h}{2\,\mu^2}(2x+h)\Big|,\ \text{da } d=\mu^2-1 \text{ war.}$$

Wegen $\frac{h}{2\,\mu^2}(2x+h)=\frac{(x+h)^2-x^2}{2\,\mu^2}=\frac{(x+h)^2}{2\,\mu^2}-\frac{x^2}{2\,\mu^2}$ geht (3) über in

$$(4)\qquad \left|\left(y(x+h)-y(x)\right)-\left(-\frac{(x+h)^2}{2\,\mu^2}+\frac{x^2}{2\,\mu^2}\right)\right|\longrightarrow 0 \text{ für } n\to\infty.$$

Dieser Ausdruck geht, wie bewiesen, in der Grenze gegen Null.

(4) besagt aber nichts anderes, als daß sich y (x) mit x ebenso ändert wie $-\frac{x^2}{2\,\mu^2}$. Es ist also

$$y(x)=\ln w_n(r)=C'\left(-\frac{x^2}{2\,\mu^2}\right).$$

Mithin ist für $n \to \infty$

$$w_n(r) = C e^{-\frac{x^2}{2\mu^2}}.$$

Für endliche n gilt die Gleichung nur näherungsweise. Damit wäre das Hauptergebnis gefunden.

Man kann nun hieraus dieselben Schlüsse ziehen wie bei der Ableitung der Gaußschen Wahrscheinlichkeitsfunktion für unabhängige Ereignisse [7]). Die Konstante bestimmt sich zu

$$C = \frac{h}{\sqrt{2\mu^2\pi}},$$

und man erhält

$$\lim_{n\to\infty} w_n(r) = \frac{h}{\sqrt{2\mu^2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\mu^2}},$$

oder als Näherungsformel

$$w_n(r) \approx \frac{h}{\sqrt{2\mu^2\pi}} e^{-\frac{h^2(r-np)^2}{2\mu^2}}, \quad \mu^2 = 1 + d.$$

Für die Struktur der Verkettung erhält man dieselbe Verteilung, wenn man $\mu^2 = \frac{1+\tau}{1-\tau}$, τ = Grad der Verkettung, setzt. Die Beantwortung der offengelassenen Frage, ob bei der Ausbruchswahrscheinlichkeit Ansteckung oder Verkettung vorliegt, erübrigt sich also. Man erhält als Ergebnis, daß trotz der Abhängigkeit der Ereignisse die Gaußsche Verteilung vorliegt, allerdings mit einer Streuung, die für $\delta > 0$ größer ist als die, die bei der Verteilung unabhängiger Ereignisse vorliegen würde. Denn die Streuung der abgeleiteten Polya-Verteilung ist

$$s_p^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{2\mu^2}{h^2}\right) = \frac{\mu^2}{h^2}.$$

Nun war aber (s. S. 5) $h = \frac{1}{\sqrt{npq}}$ gesetzt, das bedeutet aber das Reziproke der Streuung $s_G = \sqrt{npq}$ bei der Gaußschen Verteilung, also $s_G^2 = \frac{1}{h^2}$. Ist $\delta > 0$, also auch $d > 0$ und $\mu^2 = 1 + d > 1$, so ist $s_p^2 > s_G^2$, was behauptet war.

2. *Die Schadenhöhe.*

Es sollen zunächst auch hier die Untersuchungen von C. Lange in der genannten Arbeit angeführt werden. Er stützt sich auf eine

[7]) Vgl. Anm. 1, S. 13.

Statistik der Bayrischen Versicherungskammer, die allerdings nur 13 Jahre umfaßt, und zeigt an der Vollschadenwahrscheinlichkeit, daß die Häufigkeitsverteilungen dieser Schadenhöhe keine Gaußschen sind. Zu demselben Ergebnis kommt Meyer in seiner Dissertation „Verteilung der Partialschäden", über die später ausführlicher berichtet werden wird. Die in einem besonderen Teil angeführten eigenen Untersuchungen an der „Brandversicherung des Kantons Bern" sowie an der „Statistik der Vereinigung kantonal-schweizerischer Feuerversicherungsanstalten" zeigen deutlich, daß es sich um Verteilungen der folgenden Gestalt handelt: Sie haben ein Maximum, gehen an beiden Enden der Verteilung gegen Null und zeigen in den häufigsten Fällen eine starke Unsymmetrie.

Mit diesem Material und den Erfahrungstatsachen soll versucht werden, die Grenzverteilung der Häufigkeit einer festen Schadenhöhe zu bestimmen, indem man sich wieder der Polyaschen Methode bedient. Da es sich bei dem Eintritt einer bestimmten Schadenhöhe um keine seltenen Ereignisse handelt, kann der Laplacesche Grenzübergang gewählt werden, d. h. es ist $p = \text{const.}$

Grad der Abhängigkeit: Es ist gezeigt worden, daß sowohl im Falle der Unabhängigkeit als auch bei den schwach abhängigen Ereignissen die Verteilung eine Gaußsche ist. Aus dem statistischen Material ist jedoch ersichtlich, daß die Grenzverteilung der Ausbreitungswahrscheinlichkeit keine Gaußsche Kurve darstellt. Es kommt folglich nur der Fall 2 der stark abhängigen Ereignisse, $\delta = \text{const.}$ für die Ansteckung, $n(1 - \tau) = \lambda \doteq \text{const.}$ für die Verkettung, in Betracht. Auf Grund dieser Festlegungen erhalten wir für jede Struktur der Abhängigkeit je eine Grenzverteilung, die nun beide daraufhin geprüft werden sollen, welche die geeignetere ist.

Verkettung liegt dann vor, in ihrer anschaulichen Bedeutung, wenn ein Brand einer vorgegebenen Größe von a% der Versicherungssumme bei dem nächsten Brand [8]) gerade wieder eine Schadengröße von a% der Versicherungssumme begünstigt. Man wird schon jetzt versucht sein, die Struktur der Verkettung in diesem Falle abzulehnen, da es in den meisten Fällen doch so ist, daß eine Verkettung nur dann eintritt, wenn das benachbarte Haus vom folgenden Brand betroffen wird. Der Brand erlangt dann jedoch zumeist nur geringere Ausdehnung, weil sofort Bekämpfungsmaßnah-

[8]) Wir betrachten ja eine Ereignisfolge, die aus lauter Bränden besteht, mit den Merkmalen „a% der Versicherungssumme vernichtet" oder „nicht a% vernichtet" (Alternative). Das bei der Verkettung zu betrachtende „folgende Ereignis" ist der nächstfolgende Brand und i. a. nicht das benachbarte Haus.

men einsetzen. Aber auch die bei Polya in der genannten Arbeit angegebene Verteilung der Verkettung eignet sich wenig als Grenzverteilung unseres statistischen Materials. Sie hat folgende Gestalt: Die Grenzen der Verteilung erhalten endliche Wahrscheinlichkeiten, während den Zwischenwerten in kontinuierlicher Verteilung nur Wahrscheinlichkeitsdichten zukommen. Die Verkettung ist tatsächlich wenig geeignet zur Kennzeichnung der Verteilung der Ausbreitungswahrscheinlichkeit.

Für die Ansteckung soll ebenfalls erst eine anschauliche Deutung gegeben werden. Ansteckung liegt dann vor, wie oben auseinander gesetzt wurde, wenn das Merkmal eines Ereignisses nur von der Gesamtheit der bisher eingetretenen Merkmale abhängig ist. Das heißt folgendes: Wenn viele Brände einer bestimmten Schadengröße schon eingetreten sind, so sind sie ein Zeichen dafür, daß durch den Einfluß gewisser Umstände, z. B. der Witterung, auch weiterhin Brände dieser Größenklasse begünstigt werden. Als Beispiel sei angeführt, daß bei der Brandversicherung des Kantons Bern in manchen Jahren in ganz überwiegender Zahl sehr kleine Brände auftraten, die als Ursache Blitzschlag hatten und zumeist nur eine Entzündung des Heustockes bedeuteten. Hier stieg also mit dem Vorliegen einer größeren Anzahl solch kleiner Brände die Wahrscheinlichkeit für den Ausbruch weiterer Brände derselben Größe, da es sich, was eben die bisherigen Brände zeigten, um ein trockenes, gewitterreiches Jahr handelte. Es soll nunmehr die Verteilung für die Ansteckung abgeleitet werden, um sie auf ihre Brauchbarkeit zu prüfen. Dabei galt

$$p = \text{const. (Laplace)}, \quad \delta = \text{const. (stark abhängig)}.$$

Wir gehen wieder von Formel (1) auf Seite 5 aus

$$(1) \qquad w_n(r) = \binom{n}{r} \frac{p\,(p+\delta)\ldots(p+(r-1)\,\delta)\,q\,(q+\delta)\ldots(q+(n-r-1)\,\delta)}{1\,(1+\delta)\ldots\ldots\ldots(1+(n-1)\,\delta)}$$

und führen eine Hilfsvariable z ein, indem wir rein formal den Erwartungswert $\mathfrak{E}(e^{rz})$ bilden. Dabei ordnet man dem Wert e^{rz} als Wahrscheinlichkeit die Wahrscheinlichkeit für das Merkmal r, also $w_n(r)$, zu. Es ist daher

$$\mathfrak{E}(e^{rz}) = \sum_{r=0}^{n} w_n(r)\, e^{rz}$$

und wir bemerken, daß man umgekehrt die Wahrscheinlichkeit des Merkmals r als Koeffizient von e^{rz} erhält.

Dividiert man in (1) jeden Faktor des Zählers und Nenners, es sind beide Male gleich viele, durch δ, so ist

$$\mathfrak{E}(e^{rz}) = \sum_{r=0}^{n} \binom{n}{r} \frac{\frac{p}{\delta} \cdot \frac{p+\delta}{\delta} \cdot \ldots \cdot \frac{p+(r-1)\delta}{\delta} \cdot \frac{q}{\delta} \cdot \frac{q+\delta}{\delta} \cdot \ldots \cdot \frac{q+(n-r-1)\delta}{\delta}}{\frac{1}{\delta} \frac{1+\delta}{\delta} \cdot \ldots \cdot \ldots \cdot \frac{1+(n-1)\delta}{\delta}} e^{rz}$$

und $\mathfrak{E}(e^{rz})$ läßt sich in der Form schreiben

$$\mathfrak{E}(e^{rz}) = \sum_{r=0}^{n} \binom{n}{r} e^{rz} \frac{\Gamma\left(\frac{1}{\delta}\right)}{\Gamma\left(\frac{p}{\delta}\right)\Gamma\left(\frac{q}{\delta}\right)} \cdot \frac{\Gamma\left(r+\frac{p}{\delta}\right) \cdot \Gamma\left(n-r+\frac{q}{\delta}\right)}{\Gamma\left(n+\frac{1}{\delta}\right)} .$$

Setzt man die Konstante $\dfrac{\Gamma\left(\frac{1}{\delta}\right)}{\Gamma\left(\frac{p}{\delta}\right)\Gamma\left(\frac{q}{\delta}\right)} = y_0$

und führt die Beta-Funktion

$$B(a;b) = \frac{\Gamma(a)\,\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)} = \int_0^1 \xi^{a-1}(1-\xi)^{b-1}\,d\xi$$

ein, so wird

$$\mathfrak{E}(e^{rz}) = y_0 \sum_{r=0}^{n} \binom{n}{r} e^{rz} B\left(r+\frac{p}{\delta}; n-r+\frac{q}{\delta}\right)$$

$$= y_0 \sum_{r=0}^{n} \binom{n}{r} e^{rz} \int_0^1 \xi^{r+\frac{p}{\delta}-1} (1-\xi)^{n-r+\frac{q}{\delta}-1} d\xi$$

$$= y_0 \int_0^1 \xi^{\frac{p}{\delta}-1} (1-\xi)^{\frac{q}{\delta}-1} \left[\sum_{r=0}^{n} \binom{n}{r} (\xi e^z)^r (1-\xi)^{n-r}\right] d\xi ,$$

wobei die eckige Klammer eine Binomialreihe ist.

Also wird

$$\mathfrak{E}(e^{rz}) = y_0 \int_0^1 \xi^{\frac{p}{\delta}-1} (1-\xi)^{\frac{q}{\delta}-1} \left[\xi e^z + (1-\xi)\right]^n d\xi .$$

Macht man hierin eine Merkmaltransformation

$$x = \frac{r}{n}$$

und setzt gleichzeitig den willkürlichen Integrationsbuchstaben $\xi = x$, so erhält man als Erwartungswert von e^{xz}

$$\mathfrak{E}(e^{xz}) = \mathfrak{E}\left(e^{\frac{r}{n}z}\right) = \mathfrak{E}\left(e^{r\frac{z}{n}}\right)$$

$$= y_0 \int_0^1 x^{\frac{p}{\delta}-1}(1-x)^{\frac{q}{\delta}-1}\left[x e^{\frac{z}{n}} + (1-x)\right]^n dx.$$

In dieser Form kann man nun zur Grenze $n \to \infty$ übergehen, denn es ist

$$\left[x e^{\frac{z}{n}} + (1-x)\right]^n = \left[1 + \frac{xz}{n} + \frac{xz^2}{2!\,n^2} + \frac{xz^3}{3!\,n^3} + \dots\right]^n$$

$$= \left[1 + \frac{xz}{n}\left(1 + \frac{z}{2!\,n} + \frac{1}{3!}\left(\frac{z}{n}\right)^2 + \dots\right)\right]^n \xrightarrow[n\to\infty]{} e^{xz},$$

wie man mit Hilfe des 1. Mittelwertsatzes beweist. Also gilt

$$\mathfrak{E}(e^{xz}) = y_0 \int_0^1 x^{\frac{p}{\delta}-1}(1-x)^{\frac{q}{\delta}-1} e^{xz}\, dx.$$

Man erinnert sich, daß der Koeffizient des Gliedes e^{rz}, jetzt e^{xz}, unter der Summe, jetzt des Integrals, die Wahrscheinlichkeit des Merkmals r, jetzt die Wahrscheinlichkeitsdichte des Merkmals x, angab. Also erhält man als Wahrscheinlichkeitsdichte des Merkmals x

$$y(x) = y_0 x^{\frac{p}{\delta}-1}(1-x)^{\frac{q}{\delta}-1}, \qquad \text{mit } y_0 = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{\delta}\right)}{\Gamma\left(\frac{p}{\delta}\right)\Gamma\left(\frac{q}{\delta}\right)}$$

x variiert im Intervall $0 \leq x \leq 1$, da wegen der Transformation $x \left(= \frac{r}{n}\right)$ nur noch den Bruchteil von n angibt, mit dem das Merkmal eintreten soll[9]). Die abgeleiteten Verteilungen haben die auf Seite 9 angegebenen Eigenschaften, sind daher recht gut als Grenzverteilung unseres Materials geeignet.

3. Die Unterschiede in den Versicherungssummen.

Die Unterschiede in den Versicherungssummen, die zu einem großen Teil durch die Willkür des Direktversicherers entstanden sind, lassen sich in einfacher Weise beseitigen, indem neben dem eigent-

[9]) Zur Ableitung dieses Polyaschen Falles 2 vgl. Anm. 2.

lichen Rückversicherungsvertrag gleichzeitig ein Summenexzedent festgelegt wird, d. h. eine Abdeckung der hohen Versicherungssummen. Dadurch wird die Gefahr beseitigt, daß gerade die hohen Versicherungssummen zu oft von einem Schaden betroffen werden. Der Summenexzedent fiele allerdings fort, wenn man mit C. Lange [10]) die Häufigkeiten auf „Einheiten der Versicherungssumme" zurückführen würde. Das ist jedoch in unserem Falle nicht ratsam, da keine sicheren Annahmen über die Änderung der Ausbruchs- wie der Ausbreitungswahrscheinlichkeit gemacht werden können.

Die Form des Rückversicherungsvertrages.

Nach den eben durchgeführten Betrachtungen sind die Ursachen der anomalen Schwankung der Jahresschadenquote in der Verteilung der Schadenhöhe zu suchen. Wie sieht diese Verteilung aus? Zunächst stellt man fest, daß drei Veränderliche auftreten, das sind

α der Teilschadensatz,
x die Häufigkeit der Schäden,
y die Häufigkeit der Jahre.

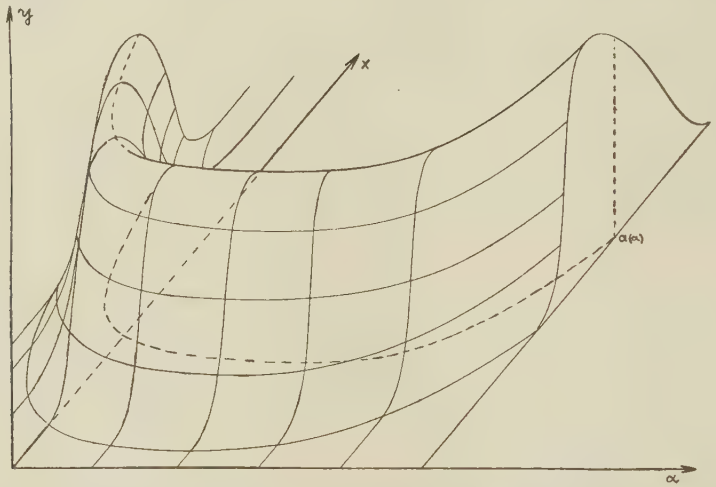
Wir können uns also die Verteilung der Ausbreitungshäufigkeit als eine Fläche dargestellt denken. Im dritten Teile dieser Arbeit sind, für jeden Teilschadensatz, die Häufigkeitsverteilungen der Schäden x in den verschiedenen Jahren berechnet und die Kurven y (x, α) für festes α gezeichnet worden; sie haben die folgende Gestalt:

Ein Schnitt α = const. durch die Fläche liefert also diese Kurven.

Zur Bestimmung der Fläche dient ferner, daß die Mittelwerte $x = a(\alpha)$ dieser Kurven in der (x, α)-Ebene eine Kurve beschreiben, die man als „Verteilung der Teilschäden" bezeichnet und die z. B. von Whitney [11]) und Burrau [12]) untersucht worden ist. Aus diesen Be-

[10]) Vgl. Anm. 4.
[11]) A. W. Whitney, Schriften des 6. Internationalen Kongresses für Versicherungswissenschaft, Wien 1909.
[12]) Burrau, Grundlagen der Versicherungsstatistik, Wirtschaft und Recht der Versicherung 1924, XIV, S. 52.

trachtungen geht hervor, daß die Fläche ungefähr folgendes Aussehen besitzt:



Um nun den Einfluß der anomalen Schwankung der Ausbreitungshäufigkeit durch den Rückversicherungsvertrag zu beseitigen, treffen wir die folgenden Bestimmungen: Die Kurve $x = a(\alpha)$ wird im Vertrage aus den Beobachtungen an der Direktversicherung festgelegt, was in seiner praktischen Form durch eine Tabelle geschehen würde. Wir wollen diese Tabelle angeben, wie sie aus den Beobachtungen an der Brandversicherungsanstalt des Kantons Bern 1909 bis 1935 gefunden wurde. Spalte 1 gibt die Höhe des Teilschadens in Prozenten der Versicherungssumme an und Spalte 2 die Anzahl der Schäden des entsprechenden Teilschadenintervalles in Prozenten der Gesamtschäden.

1	2	3	4	5
Teilschaden in %	Anzahl in %	Anzahl	Eingetretene Schäden $s(\alpha)$	Ersetzte Schäden
α	$a(\alpha)$	für das Jahr 1921		
0—10	68,8	312	296	—
10—20	3,2	14	20	6
20—30	2,4	11	8	—
30—40	1,7	8	11	3
40—50	1,6	7	6	—
50—60	1,6	7	15	8
60—70	1,5	7	6	—
70—80	1,7	8	7	—
80—90	2,4	11	10	—
90-100	15,3	69	75	6
		454	454	23

Der Vertrag sieht nun vor, daß der Erstversicherer für jeden Teilschaden α einen festen Bruchteil a (α) (lt. Tabelle) der Gesamtzahl der Schäden selbst trägt. Entfallen also auf den Teilschaden α prozentual mehr Fälle als im Durchschnitt (das bedeutete ja a (α)), so ersetzt die darüber hinausgehende Anzahl der Rückversicherer. In Spalte 3 bis 5 ist als Beispiel das Jahr 1921 der schweizerischen Anstalt angeführt. Es sind im Jahre 1921 454 Schäden vorgekommen, die mit Hilfe der Spalte 2 auf die einzelnen Teilschäden verteilt wurden, vgl. Spalte 3. 4 ergibt sich aus der Statistik als die tatsächlich eingetretenen Schäden, daher konnten in 5 die vom Rückversicherer zu ersetzenden Fälle angegeben werden. Diese Fälle werden nun noch mit dem mittleren Schaden des entsprechenden Teilschadensatzes multipliziert, um die endgültige Ersatzleistung des Rückversicherers zu erhalten. Es ist also praktisch so, daß der Rückversicherungsvertrag auf die Zahl der eingetretenen Schadenfälle fast keinen Einfluß ausübt, sondern nur dafür sorgt, daß die einzelnen Schadenhöhen, insbesondere auch die Vollschäden, keinen ungewöhnlich hohen Anteil haben. Denn ist s die Gesamtzahl der eingetretenen Schäden, so ist die Anzahl der vom Erstversicherer selbst getragenen Schäden

$$s' = s - \sum_{\alpha} [s(\alpha) - s \cdot a(a)],$$

wobei wegen $s(\alpha) \sim s \cdot a(\alpha)$ für jedes α

auch $s' \sim s$ wird. Man sieht deutlich,

daß, wenn für jedes α

$$s(\alpha) = s \cdot a(\alpha)$$

wird, die Rückversicherung keine Entschädigung zahlt, welchen Wert s, die Gesamtzahl der Schäden, auch haben möge.

Jetzt kann man zeigen, daß die Schadenquote des Erstversicherers im wesentlichen einer normalen Schwankung unterliegt [13]). Denn setzt man die Versicherungssumme V = 1, so kann man statt der Schadenquote den Jahresschaden S

$$S = \int_{\alpha=0}^{1} \alpha \cdot s(\alpha)\, d\alpha, \qquad \text{wo} \int_{0}^{1} s(\alpha)\, d\alpha = s \quad \text{ist,}$$

[13]) Störungen können sich durch die Ausbruchshäufigkeit ergeben, die aber praktisch ohne Bedeutung sind, da die größeren Abweichungen vom Mittelwert, wie gezeigt wurde, höchstens nach den geringen Anzahlen der Schäden hin eintreten. Ähnliches gilt auch für die Versicherungssummen.

betrachten. Die Berechtigung, die Versicherungssumme gleich 1 zu setzen, liegt in dem Bestehen des Maximums begründet. Man wird nämlich annehmen können, und das wollen wir voraussetzen, daß die Versicherungssummen, ihrer Größe nach, sich um einen durchschnittlichen Betrag als häufigstem Fall verteilen. Dicht über dieser häufigsten Versicherungssumme liegt nun das im Vertrage bestimmte Maximum, so daß man sagen kann, die Versicherungssummen sind, mit Ausnahme der für die Schadenquote meist unwichtigen kleinen Summen, ungefähr als konstant, also auch als 1, anzusehen. Um die Schwankung des oben angegebenen Jahresschadens zu erkennen, betrachten wir ihn als Funktion der Zeit n

$$S(n) = \int_0^1 \alpha \, s(\alpha, n) \, d\alpha \, .$$

Da aber durch den Vertrag bestimmt ist, daß die Anzahl der Schäden $s(\alpha, n)$ eines Teilschadens in jedem Jahr nur einen festen Bruchteil $a(\alpha)$ der Gesamtzahl der Schäden $s(n)$ erreichen kann, also

$$s(\alpha, n) \leqq a(\alpha) \cdot s(n)$$

ist, so erhält man als obere Grenze für den Jahresschaden zum Zeitpunkt n

$$\overline{S(n)} = \int_0^1 \alpha \cdot a(\alpha) \cdot s(n) \, d\alpha = s(n) \int_0^1 a(\alpha) \cdot \alpha \, d\alpha \, .$$

Hier ist nun aber der Wert des Integrals unabhängig von n und es kann

$$d = \int_0^1 a(\alpha) \cdot \alpha \, d\alpha$$

gesetzt werden, wodurch $\overline{S(n)}$ folgenden Wert annimmt:

$$\overline{S(n)} = s(n) \, d.$$

In dieser Form erkennt man, daß der Jahresschaden $S(n)$ nach oben durch eine Funktion $\overline{S(n)}$ begrenzt ist, die proportional der Funktion $s(n)$ ist. Mit $s(n)$ hat somit auch $\overline{S(n)}$ normale Schwankung. Wir erhalten, da im Durchschnitt $s(\alpha, n)$ den Wert $a(\alpha) \cdot s(n)$ annehmen wird und, wegen der Art der Häufigkeitsverteilungen der Ausbreitungswahrscheinlichkeit bei den wichtigen Teilschäden $\alpha > 30\%$,

s (α, n) nur dicht unterhalb von a (α) · s (n) liegen kann, daß auch S (n) dicht unterhalb $\overline{S\,(n)}$ verlaufen muß. Also gilt:

Durch den Rückversicherungsvertrag wird die Häufigkeitsverteilung h(x) der Schadenquote rechts vom Mittelwert durch eine Gaußsche Kurve begrenzt, deren Mittelwert dicht beim Mittelwert der Verteilung h(x) liegt.

Die Prämie,

die für eine solche Leistung des Rückversicherers zu zahlen ist, läßt sich nach diesen Vorbereitungen leicht bestimmen. Wann tritt der Rückversicherer ein, d. h. mit welcher Häufigkeit wird der Mittelwert a (α) überschritten? Aus der Zeichnung auf Seite 14 ersieht man, daß

$$\int_{a(\alpha)}^{\infty} x\,y\,(x, a)\,dx \qquad \text{bzw.} \qquad \sum_{x=a(\alpha)}^{\infty} x\,y\,(x, \alpha)$$

die Wahrscheinlichkeitsdichte, bzw. die Wahrscheinlichkeit (bei diskontinuierlicher Verteilung) ist, mit der der Rückversicherer im Teilschaden α eintreten muß. Man erhält also als wahrscheinlichen Betrag, den der Rückversicherer vergüten muß, und also auch als Nettoprämie

$$P = \int_{\alpha=0}^{1} \alpha \int_{x=a(\alpha)}^{\infty} x\,y\,(x, \alpha)\,dx\,d\alpha\,, \qquad \text{bzw.} = \sum_{\alpha=0}^{1} \alpha \sum_{x=a(\alpha)}^{\infty} x\,y\,(x, \alpha)\,.$$

Es sei noch bemerkt, daß es sich als notwendig herausstellen wird, die Prämie der hohen Versicherungssummen getrennt von den übrigen zu berechnen. Denn obgleich durch den Summenexzedenten die hohen Summen kapitalmäßig herabgesetzt werden, bleibt doch die Größe des versicherten Objektes bestehen. Bei großen Objekten zeigt sich jedoch, was später bewiesen werden wird, daß die Abhängigkeit der betrachteten Ereignisse (Brandausbruch einer bestimmten Schadenhöhe) voneinander so gering geworden ist, daß man den Polyaschen Fall 2, die Gaußsche Verteilung (vgl. Seite 8), erhält. Es werden also für die Teilschadensätze 80—100% andere Funktionen y (x, α) angesetzt werden müssen.

III.

Es sollen in diesem dritten Teile die eigenen statistischen Untersuchungen angeführt werden. Gleichzeitig sei bemerkt, daß dieses

Material an und für sich mit einem geringen Arbeitsaufwand beschafft werden kann, wenn es laufend geschieht. Zunächst aber soll eine schon erwähnte Arbeit von Meyer „Verteilung der Partialschäden" behandelt werden, die sich ebenfalls mit der Struktur der Ausbreitungshäufigkeit befaßt. Trotzdem aber können die Untersuchungen von Meyer nicht verwendet werden und zwar aus Gründen, die nunmehr dargelegt werden sollen. Meyer trägt auf der Abszissenachse den „Schadensatz" pro Million auf, wobei er unter Schadensatz das „Verhältnis des gesamten Teilschadens zur Versicherungssumme aller versicherten Risiken" versteht. „Teilschäden" werden in ihrer absoluten Größe gemessen, so daß schon aus diesem Grunde eine Heranziehung nicht möglich ist. Aber auch dadurch wird ein Vergleich mit unseren Ergebnissen unmöglich, weil Meyer seine Verteilungsfunktionen ohne die Berücksichtigung eines offenbar vorliegenden Trends, wie am Beispiel des Teilschadens 0—100.- RM. nachgewiesen wurde, aufgestellt hat. Seine für diesen „Teilschaden" angegebene Verteilungsfunktion bleibt nur dann erhalten, wenn man das Jahr 1880 unberücksichtigt läßt; ob Gründe dafür vorliegen, läßt sich so nicht entscheiden.

Hier setzen nun die eigenen Untersuchungen ein. Das Material wurde entnommen

1. den Geschäftsberichten der „Brandversicherungsanstalt des Kantons Bern" der Jahre 1909—1935.

Damit wurde gezeigt, daß die Beobachtungen an einer Anstalt, die nicht einmal sehr groß ist, genügt, um sichere Ergebnisse zu erzielen. In diesen Geschäftsberichten ist jeder einzelne Brand des Geschäftsjahres mit Ursache, Schaden und Versicherungssumme angegeben, und so konnten die gesuchten Teilschäden (gleich Schaden durch Versicherungssumme) direkt berechnet und zusammengestellt werden. Die Schweizer kantonalen Anstalten waren überhaupt die einzigen, die eine so weitgehende Statistik über ihre Schäden bisher fortlaufend veröffentlicht haben. Da es sich um eine Anstalt eines neutralen Landes handelt, konnten auch die Kriegsjahre in die Betrachtung mit einbezogen werden. Unregelmäßigkeiten, die seit 1914 verschiedentlich durch Preiserhöhungen u. a. bemerkbar wurden, sind im wesentlichen durch eine Zusatzversicherung für Preiserhöhung, die getrennt aufgeführt wurde, beseitigt worden, während Währungsschwankungen keine Rolle spielen, da keine absoluten Zahlen verwandt sind.

Denn es gilt

$$\frac{\text{Schaden} \times \text{Geldwertänderung}}{\text{Vers.-summe} \times \text{Geldwertänderung}} = \frac{\text{Schaden}}{\text{Vers.-summe}}.$$

Auch scheint die Anstalt für allgemeine Betrachtungen, wie sie hier nur gegeben werden können, geeignet, da sie ein gemischtes Risiko aus Stadt und Land besitzt, im Gegensatz zu einer Reihe anderer Anstalten.

Das Material wurde

2. der Brandstatistik der „Vereinigung kantonal-schweizerischer Feuerversicherungsanstalten" für die Jahre 1907—1935

entnommen. Diese Vereinigung führt eine gemeinsame Statistik aller ihr angeschlossenen kantonalen Anstalten, die nicht nur dadurch besonders wertvoll ist, daß sie sehr vielseitig und weitgehend ist, sondern auch dadurch, daß sie mit wenigen Änderungen seit 1907 in der gleichen Form erscheint. Eine wichtige Änderung war die folgende: Bis zum Jahre 1924 wurde die Anzahl der Schäden angegeben, deren Teilschaden 0—25%, 25—50%, 50—75% und 75—100% der Versicherungssumme betrug. Nach 1924 jedoch wurden die Anzahlen angegeben, die in den Teilschadenintervallen 0—10%, 10—20%, 20 bis 30% usw. lagen. Um eine vergleichende Betrachtung anstellen zu können, mußten die Anzahlen für 20—30% und 70—80% verhältnismäßig aufgeteilt werden, was in der Weise geschah, daß die „Verteilung der Teilschäden" gezeichnet und dann die Zahlen im Verhältnis der entsprechenden Flächen aufgeteilt wurden. Eine genauere Methode, insbesondere eine Ausgleichung der Kurve, ist nicht notwendig, da es sich nur um sehr kleine Unterschiede handeln würde. Da bei der Statistik der „Vereinigung" eine weit größere Risikenzahl zu Grunde lag, konnte hier eine besondere Untersuchung der hohen Versicherungssummen erfolgen, und es wurden im Anschluß an die Einteilung der Statistik der „Vereinigung" die Versicherungssummen über 50 000 Franken genommen. Eine getrennte Untersuchung der mittleren Versicherungssummen erübrigt sich, da sie durch die große Zahl, mit der sie im Bestande vertreten sind, schon die Verteilung des Gesamtbestandes stark mitbestimmen. Man würde also nur eine ähnliche Verteilung erhalten.

Jetzt wollen wir zeigen, wie aus einer gefundenen Häufigkeitsverteilung die Polyasche Grenzverteilung, wie sie anfangs abgeleitet worden ist, bestimmt werden kann. Im allgemeinsten Fall müßte dies

so geschehen, daß mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate die wahrscheinlichste Kurve eben dieser Polyaschen Form durchgelegt wird. Das bietet aber erhebliche Schwierigkeiten, und daher wollen wir uns eines Verfahrens bedienen, das die angegebenen Verteilungsfunktionen in guter Näherung darstellt, allerdings unter einer Bedingung, die später angegeben werden wird. Es hat sich aber gezeigt, daß die an die Anwendbarkeit der Methode geknüpfte Bedingung in den meisten Fällen erfüllt ist, in den hier verwendeten Fällen sogar immer erfüllt war. Wir können nun zunächst die Polyasche Verteilung

$$y = y_0 \, x^{\frac{p}{\delta}-1} (1-x)^{\frac{q}{\delta}-1}$$

in Form einer Differentialgleichung schreiben, wobei wir noch die Transformation

$$x = a z + b$$

(Parallelverschiebung und Dehnung) durchführen, um die Verteilung in einer allgemeineren Form zu erhalten. Die Differentialgleichung hat die Gestalt

$$\frac{1}{y}\frac{dy}{dz} = \frac{z - \frac{1}{a}\left(\frac{p-\delta}{1-2\delta} - b\right)}{\frac{\delta}{1-2\delta}\left(z + \frac{b}{a}\right)\left(z - \frac{1-b}{a}\right)},$$

was man sofort sieht, wenn man den Quotienten von

$$y = C\left(z + \frac{b}{a}\right)^{\frac{p}{\delta}-1}\left(z - \frac{1-b}{a}\right)^{\frac{q}{\delta}-1}$$

und

$$\frac{dy}{dz} = C\left[\left(\frac{p}{\delta} - 1\right)\left(z + \frac{b}{a}\right)^{\frac{p}{\delta}-2}\left(z - \frac{1-b}{a}\right)^{\frac{q}{\delta}-1} + \left(\frac{q}{\delta} - 1\right)\left(z + \frac{b}{a}\right)^{\frac{p}{\delta}-1}\left(z - \frac{1-b}{a}\right)^{\frac{q}{\delta}-2}\right]$$

bildet. Wir können also folgendermaßen sagen: Eine Differentialgleichung

$$\frac{1}{y}\frac{dy}{dz} = \frac{z - c}{c_0 + c_1 z + c_2 z^2}$$

stellt dann und nur dann eine Funktion der Gestalt

$$y = C\left(z + \frac{b}{a}\right)^{\frac{p}{\delta}-1}\left(z - \frac{1-b}{a}\right)^{\frac{q}{\delta}-1}$$

dar, wenn der Ausdruck

$$k = \frac{c_1^2}{4 c_0 c_2}$$

negativ wird (Vgl. hierzu die angeführte Abhandlung von Polya). Man kann ein Verfahren, das bei der Bestimmung der Konstanten der sogenannten Pearson-Kurven verwendet wird, auf unsere Differentialgleichung übertragen. Es soll aber gleich ein Verfahren von Carver [15]) benutzt werden, mit dem nicht nur die Konstanten gewonnen werden, sondern welches auch eine Näherungsdarstellung der gesuchten Funktion liefert, indem eine der Differentialgleichung analoge Differenzengleichung aufgestellt und $\Delta z = 1$ gesetzt wird

$$\frac{1}{y(z)}\frac{\Delta y(z)}{\Delta z} = \frac{y(z+\Delta z) - y(z)}{y(z)\cdot \Delta z} = \frac{y(z+1)}{y(z)} - 1 = \frac{z-c}{c_0 + c_1 z + c_2 z^2}.$$

Daraus erhalten wir

$$\frac{y(z+1)}{y(z)} = \frac{z^2 + a_1 z + a_2}{z^2 + a_3 z + a_4},$$

was in Verbindung mit der Bedingung $\sum_z y(z) = 1$ die Funktionswerte liefert. Die Bestimmung der Konstanten der Differentialgleichung geschieht in der Weise, daß man verlangt, die gesuchte Funktion soll mit der vorgegebenen Häufigkeitsverteilung in den ersten 4 Momenten übereinstimmen. Da umgekehrt durch die 4 Momente die Differentialgleichung und also auch deren Integral eindeutig festliegt, so kann es, wenn unsere Bedingung $k < 0$ nicht erfüllt ist, keine Lösung der Differentialgleichung geben, die sich in der verlangten Weise aus den 4 Momenten bestimmt. Es wird dann in diesem Fall also nur möglich sein, durch die Häufigkeitsverteilung eine wahrscheinlichste Kurve der Polyaschen Form durchzulegen. Dieses sei zur Erläuterung der gestellten Bedingung gesagt.

---

[15]) Carver, On the Graduation of Frequency Distributions (Proceedings of the Casualty Actuarial and Statistical Society of America, 1919—1920, Vol. VI). Vergleiche auch Rietz-Baur, Handbuch der mathematischen Statistik, 1930.

Wir gehen nunmehr an die Berechnung der Verteilungsfunktionen und geben zunächst die gefundenen Häufigkeitszahlen der Teilschäden an.

Häufigkeiten der Teilschäden (in Prozent der Gesamtschäden)
Brandversicherungsanstalt des Kantons Bern

Jahr \ Teilschaden	0 bis 10%	10 bis 20%	20 bis 30%	30 bis 40%	40 bis 50%	50 bis 60%	60 bis 70%	70 bis 80%	80 bis 90%	90 bis 100%
1909	65,95	2,74	1,22	2,43	0,61	0,30	1,52	1,22	3,34	20,67
1910	61,92	3,49	3,49	2,41	2,41	2,15	2,15	1,61	5,36	15,28
1911	56,54	5,27	1,26	1,48	1,90	2,11	1,48	1,69	4,64	23,63
1912	65,98	2,33	3,49	1,45	2,33	2,33	1,16	2,62	3,78	14,53
1913	62,12	2,51	2,50	1,95	2,79	1,95	3,06	1,39	2,23	19,50
1914	63,25	3,51	3,24	1,08	1,35	1,08	2,97	2,97	5,41	15,14
1915	58,02	4,94	3,70	1,85	2,16	1,85	1,85	3,09	5,56	16,98
1916	61,96	3,70	3,03	1,34	2,36	4,04	2,02	1,35	2,35	17,85
1917	71,47	3,08	1,54	1,28	1,29	2,83	1,03	1,54	1,29	14,65
1918	66,90	4,23	2,11	1,06	1,41	3,17	2,11	0,70	2,46	15,85
1919	66,77	2,58	4,52	3,22	1,61	1,29	2,26	2,26	1,94	13,55
1920	66,12	5,21	3,26	1,63	1,63	0,33	1,63	1,95	0,65	17,59
1921	65,20	4,41	1,76	2,42	1,32	3,30	1,32	1,54	2,20	16,52
1922	74,71	2,51	2,28	0,68	1,37	1,59	1,37	1,14	2,28	12,07
1923	61,34	1,33	2,40	1,07	3,20	2,13	1,60	2,13	1,60	23,20
1924	73,76	4,75	2,07	2,27	0,83	0,41	1,03	2,07	1,03	11,78
1925	77,76	1,33	0,76	1,71	1,14	1,14	1,90	0,95	0,76	12,55
1926	68,97	2,86	3,58	1,91	2,63	0,48	1,19	2,86	2,39	13,13
1927	74,12	3,14	1,57	1,37	1,57	1,18	1,96	1,37	1,37	12,35
1928	78,02	1,52	1,70	0,76	0,57	1,14	1,33	1,33	1,70	11,93
1929	76,92	2,05	0,85	1,20	0,85	1,20	1,03	0,68	1,20	14,02
1930	78,10	4,06	1,83	1,42	0,20	0,61	0,20	0,81	0,81	11,97
1931	78,00	1,95	2,33	0,95	0,88	0,81	0,73	0,87	1,66	11,83
1932	73,54	3,33	2,85	2,04	1,59	2,04	0,48	1,55	3,10	9,48
1933	64,97	3,98	2,28	2,09	1,96	0,57	0,97	3,22	2,76	17,21
1934	70,42	4,34	2,31	1,94	1,94	1,42	1,14	1,08	1,21	14,20
1935	73,74	3,29	1,36	0,94	1,19	0,94	1,22	0,77	1,96	14,59

Häufigkeiten der Teilschäden (in Prozent der Gesamtschäden)
Vereinigung kantonal-schweizerisch. Feuerversicherungsanstalten

Teilschäden / Jahr	Gesamtbestand				über 50 000 Franken			
	0 bis 25%	25 bis 50%	50 bis 75%	75 bis 100%	0 bis 25%	25 bis 50%	50 bis 75%	75 bis 100%
1907	69,30	2,81	1,87	26,03	96,15	0,48	0,96	2,40
1908	69,59	3,29	3,13	23,98	96,71	0,47	0,94	1,88
1909	70,33	3,57	2,93	23,17	95,24	2,16	0,87	1,73
1910	69,72	3,78	3,25	23,24	94,66	3,44	0,76	1,15
1911	66,64	3,24	2,95	27,17	96,17	1,92	0,64	1,28
1912	73,19	2,86	3,75	20,20	95,53	1,28	0,64	2,56
1913	68,85	2,97	3,12	25,06	97,22	0,35	1,74	0,69
1914	72,06	3,74	3,64	20,56	95,83	1,39	0,69	2,08
1915	69,53	3,11	3,16	24,20	95,65	1,19	1,18	1,98
1916	75,88	3,13	1,76	19,23	98,11	0,76	0,75	0,38
1917	79,19	3,13	2,15	15,53	96,60	1,13	0,85	1,42
1918	77,45	3,33	2,55	16,67	94,35	2,42	0,81	2,42
1919	77,43	4,02	3,32	15,23	93,05	2,74	1,89	2,32
1920	80,59	2,95	2,24	14,22	95,85	1,09	1,31	1,75
1921	75,45	2,34	2,74	19,47	93,05	1,85	2,01	3,09
1922	77,30	2,86	3,18	16,66	95,69	1,44	0,80	2,08
1923	75,62	2,90	4,10	17,38	95,37	1,67	0,93	2,04
1924	81,38	2,20	3,08	13,34	95,20	1,60	0,80	2,40
1925	78,06	2,16	2,52	17,26	95,24	1,16	0,62	2,98
1926	82,22	2,26	2,36	13,17	95,41	1,26	1,16	2,17
1927	83,45	1,94	1,62	13,00	97,64	0,91	0,50	0,95
1928	81,95	1,80	2,52	13,73	96,40	0,94	0,74	1,91
1929	84,71	1,52	2,04	11,74	96,54	1,00	0,54	1,91
1930	85,92	1,75	1,39	10,94	97,49	0,78	0,17	1,56
1931	84,85	1,82	1,79	11,54	97,50	0,58	0,58	1,34
1932	82,90	1,85	1,73	13,52	96,58	0,66	0,67	2,09
1933	81,93	2,48	2,10	13,49	96,21	1,30	0,67	1,83
1934	82,37	2,34	2,58	12,71	97,03	0,66	0,77	1,54
1935	82,96	1,87	1,88	13,29	95,87	1,04	1,25	1,84

Diese Häufigkeitszahlen wurden nun darauf hin untersucht, ob ein Trend berücksichtigt werden muß. Für die Brandversicherungsanstalt des Kantons Bern wurde festgestellt, daß bei den Teilschäden 0—10%, 80—90%, 90—100% ein Trend zugrunde gelegt werden muß, und im folgenden statt der Häufigkeiten die Abweichungen derselben von den wahrscheinlichsten Parabeln

$$0—\ 10\%: \quad y = 60{,}48 + 3{,}0707\,x - 0{,}1765\,x^2$$
$$80—\ 90\%: \quad y = 1{,}76 - 0{,}107\,x + 0{,}0107\,x^2$$
$$90—100\%: \quad y = 14{,}64 - 0{,}241\,x + 0{,}0119\,x^2$$

angegeben, wobei zur Vereinfachung der Rechnung den Jahren 1909 bis 1935 die Werte —13, ..., + 13 entsprechen. Für die Vereinigung kantonal-schweizerischer Feuerversicherungsanstalten wurde beim Gesamtbestand für jeden Teilschaden, bei den Versicherungssummen über 50 000 Franken für den Teilschaden 25—50% ein Trend berechnet. Es sind die folgenden wahrscheinlichsten Kurven.

Gesamtbestand:

$$0—\ 25\%: \quad y = 78{,}106 + 0{,}615_7\,x - 0{,}0119_6\,x^2$$
$$25—\ 50\%: \quad y = 2{,}763 - 0{,}064_1\,x - 0{,}00103_8\,x^2$$
$$50—\ 75\%: \quad y = 2{,}602 - 0{,}041_2\,x$$
$$75—100\%: \quad y = 16{,}347 - 0{,}510_2\,x + 0{,}0156\,x^2$$

Über 50 000 Franken

$$25—\ 50\%: \quad y = 1{,}299 - 0{,}0245\,x$$

Es wurden auch hier statt der Jahre 1907—1935 die Werte —14, . . ., +14 gesetzt und, wenn ein Trend vorlag, statt der einfachen Häufigkeiten die Häufigkeiten der Abweichungen vom Trend betrachtet.

Am Beispiel des Teilschadens 40—50% des Kantons Bern wird gezeigt, wie aus den Häufigkeitsverteilungen die Polyaschen Grenzverteilungen berechnet werden. Aus der Tabelle von Seite 22, Teilschaden 40—50%, ergeben sich die Häufigkeiten f (x) zu

Intervall	x	f(x)
0,0—0,5	—3	1
0,5—1,0	—2	5
1,0—1,5	—1	7
1,5—2,0	0	7
2,0—2,5	1	4
2,5—3,0	2	2
3,0—3,5	3	1

unter willkürlicher Festlegung eines Koordinatenanfangspunktes x=0. Die Momente der Funktion f(x) sind

$$\nu'_1 = -0{,}3333 \qquad \nu'_3 = -1$$
$$\nu'_2 = +2{,}1111 \qquad \nu'_4 = +10{,}5556$$

Macht man aber den Mittelwert zum Nullpunkt, so erhält man als die 4 ersten Momente

$$\nu_1 = 0 \qquad = 0$$
$$\nu_2 = \nu'_2 - (\nu'_1)^2 \qquad = 2$$
$$\nu_3 = \nu'_3 - 3\,\nu'_2\,\nu'_1 + 2\,(\nu'_1)^3 \qquad = 1{,}0370_4$$
$$\nu_4 = \nu'_4 - 4\,\nu'_3\,\nu'_1 + 6\,\nu'_2\,(\nu'_1)^2 - 3\,(\nu'_1)^4 = 10{,}5925_9$$

Die gesuchten Konstanten der Funktion

$$\frac{y\,(x+1)}{y\,(x)} = \frac{x^3 + a_1\,x + a_2}{x^3 + a_3\,x + a_4}$$

bestimmen sich aber zu [16])

$$a_1 = \left(\frac{\nu_3}{\nu_2} - 1\right)\delta - 1 \qquad = +\ 3{,}0836$$
$$a_2 = \nu_2\,(1 + 2\,\delta) \qquad = -\ 31{,}9254$$
$$a_3 = \left(\frac{\nu_3}{\nu_2} + 1\right)\delta + 3 \qquad = -\ 9{,}8791$$
$$a_4 = a_2 + a_3 - 1 \qquad = -\ 42{,}8044$$

mit $\beta_1 = \frac{\nu_3^2}{\nu_2^3}$, $\beta_2 = \frac{\nu_4}{\nu_2^2}$ und $\delta = \dfrac{\beta_2 + 3 - \frac{1}{\nu_2}}{2\,\beta_2 - 3\,\beta_1 - 6 + \frac{1}{\nu_2}}$.

[16]) Vgl. Anm. 15.

Wir zeigen noch, daß

$$k = \frac{\beta_1 (\beta_2 + 3)^2}{4 (4 \beta_2 - 3 \beta_1) (2 \beta_2 - 3 \beta_1 - 6)} = - 0{,}09\,503 < 0$$

ist. Die geforderte Bedingung ist erfüllt, d. h. wir erhalten aus unserer Differenzengleichung tatsächlich die Polya-Kurve. Diesen Wert von k stellt man fest, indem man die Konstanten der Differentialgleichung durch die Momente ausdrückt. Wir berechnen nun die Werte

$$\frac{y (x+1)}{y (x)} = \frac{x^2 + 3{,}0836\, x - 31{,}9254}{x^2 - 9{,}8791\, x - 42{,}8044}$$

x	Zähler	Nenner	$\frac{y(x+1)}{y(x)}$	$\overline{y(x)}$	y(x)
—4	—28,2598	+12,7119	—2,2231	— 10	—0,21
—3	—32,1762	— 4,1672	+7,7212	+ 22,23	+0,47
—2	—34,0926	—19,0463	+1,7900	+171,65	+3,66
—1	—34,0090	—31,9253	+1,0653	307,25	+6,56
0	—31,9253	—42,8044	+0,7458	327,31	+6,99
1	—27,8418	—51,6835	+0,5387	244,12	+5,21
2	—21,7582	—58,5626	+0,3715	131,51	+2,81
3	—13,6745	—63,4417	+0,2155	48,86	+1,04
4	— 3,5909	—66,3207	+0,0541	10,53	+0,22

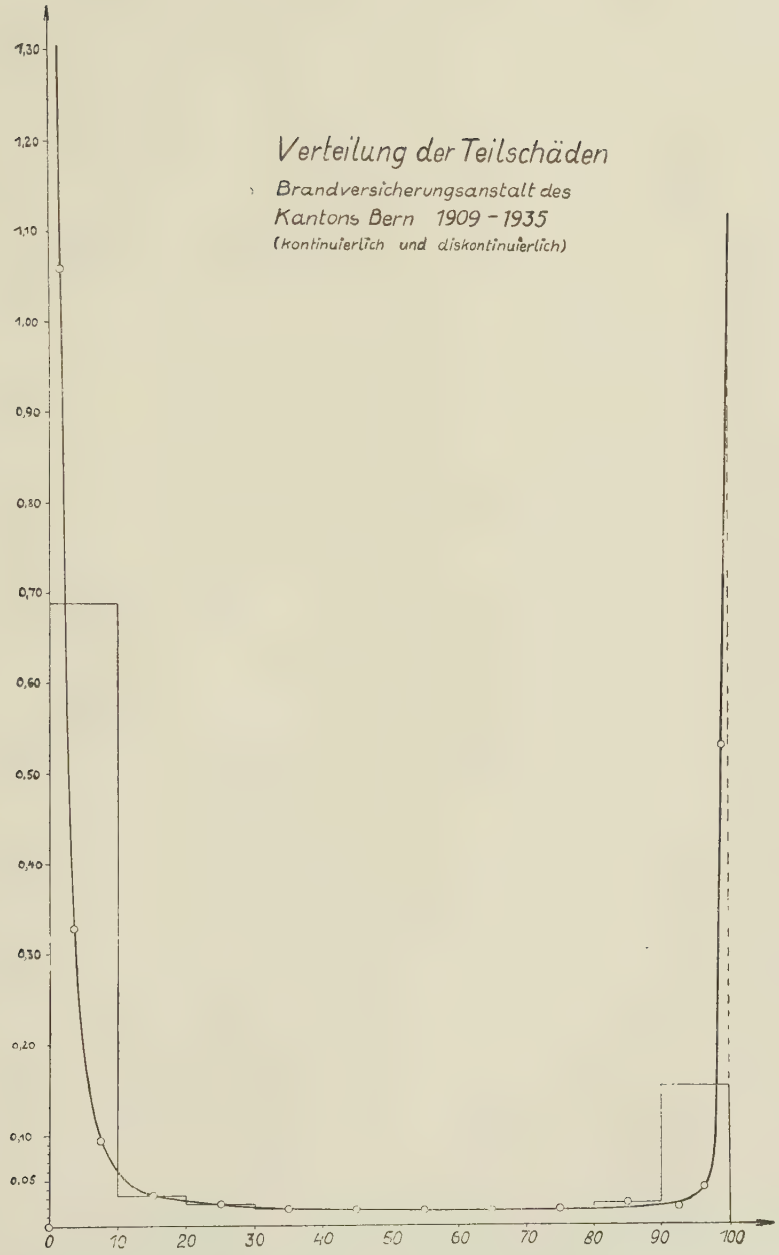
Die Werte $\overline{y (x)}$ wurden ermittelt, indem $\overline{y\ (-4)} = -10$ als willkürlicher Anfangswert festgesetzt wurde. Da nun aber

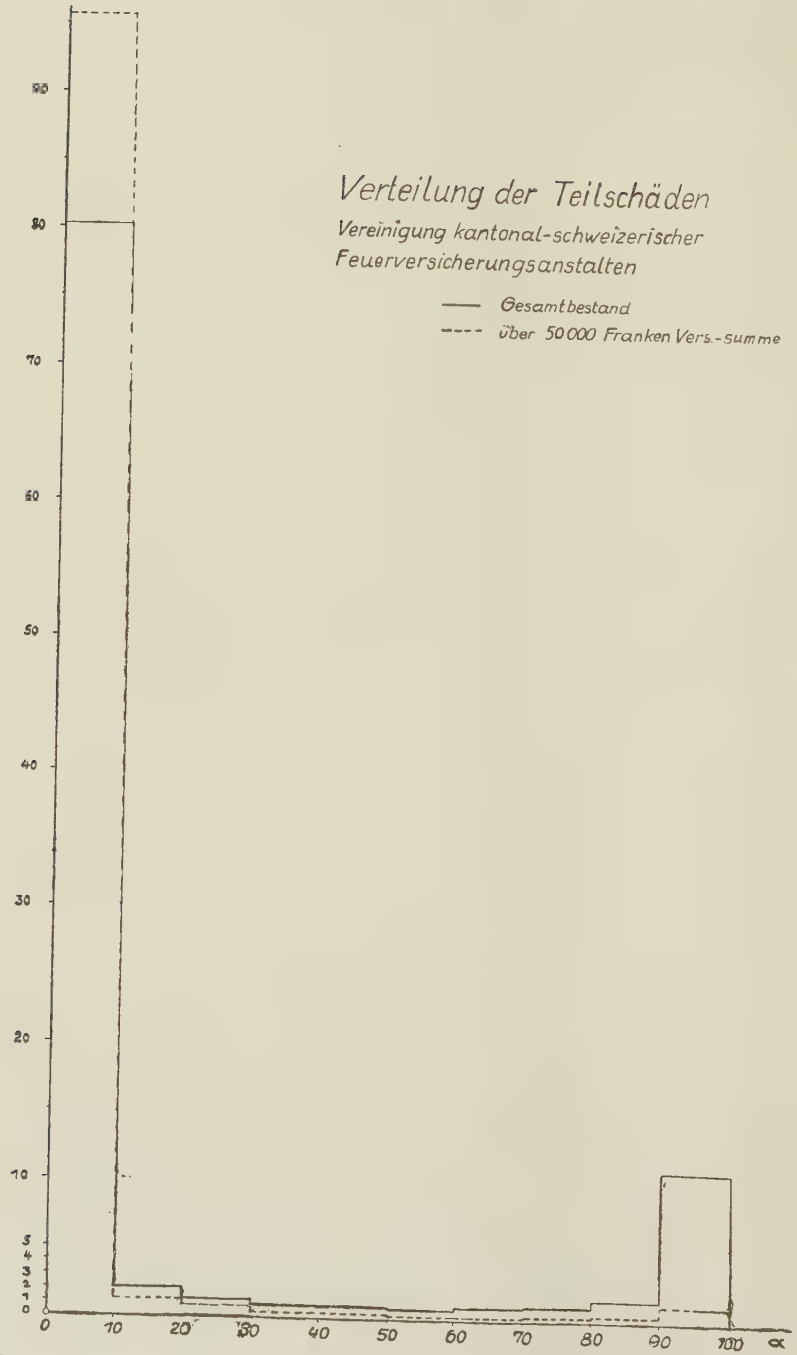
$$\sum_x{}' \overline{y (x)} = 1264{,}03$$

ist, so bestimmen sich die Werte y (x) der Polyaschen Funktion aus $\overline{y (x)}$ durch Multiplikation mit dem Faktor

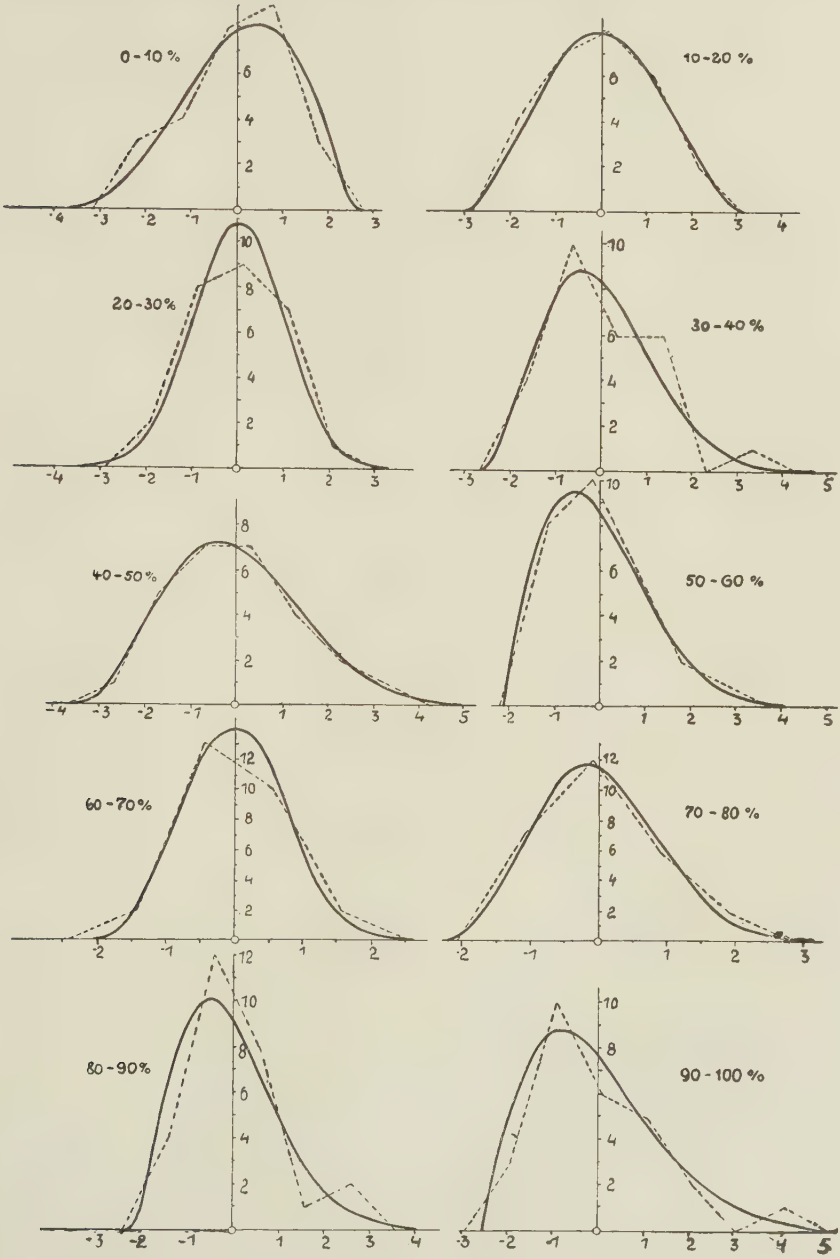
$$\frac{27}{1264{,}03} = 0{,}021\,36 \quad ,$$

denn jetzt ist, wie gefordert werden muß, die Summe der berechneten Werte y (x) gleich der Summe der vorgegebenen f (x). Erhält man nun in dieser Weise zu wenig Werte, um die Polyasche Funktion angeben zu können, so kann man sich beliebig viele Zwischenwerte verschaffen, indem man mit Hilfe derselben Funktion $\frac{y (x+1)}{y (x)}$ die letzte Rechnung für andere Werte von x, z. B. $x = -3{,}5, \ldots,$ $x = 4{,}5$, durchführt.


Verteilung der Teilschäden
Brandversicherungsanstalt des
Kantons Bern 1909 - 1935
(kontinuierlich und diskontinuierlich)
1,30
1,20
1,10
1,00
0,90
0,80
0,70
0,60
0,50
0,40
0,30
0,20
0,10
0,05
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100


Verteilung der Teilschäden
Vereinigung kantonal-schweizerischer Feuerversicherungsanstalten
Gesamtbestand
über 50000 Franken Vers.-summe
90
80
70
60
50
40
30
20
10
5
4
3
2
1
0
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
α

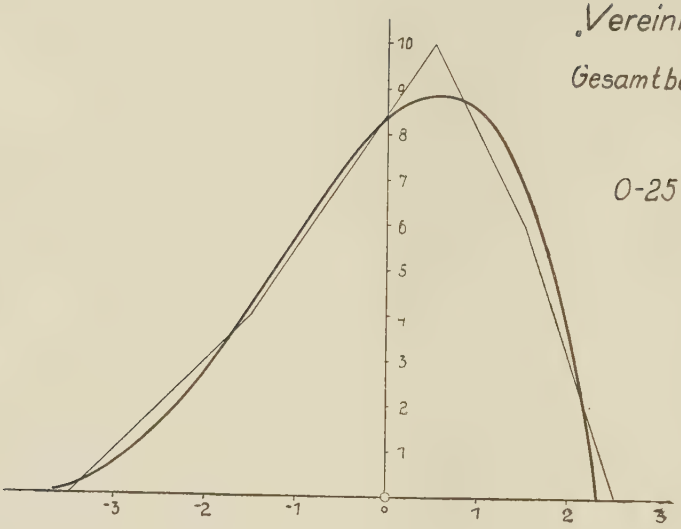
Häufigkeitsverteilungen jedes Teilschadens (Kanton Bern)



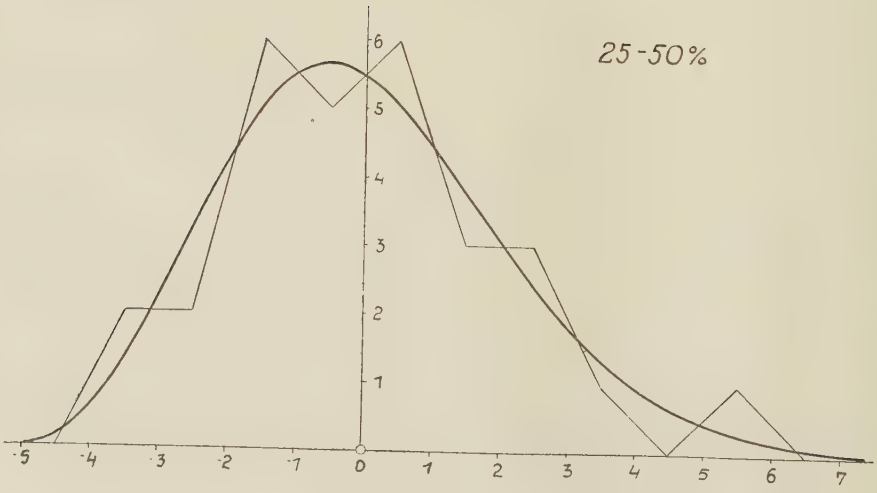
„Vereinigung"

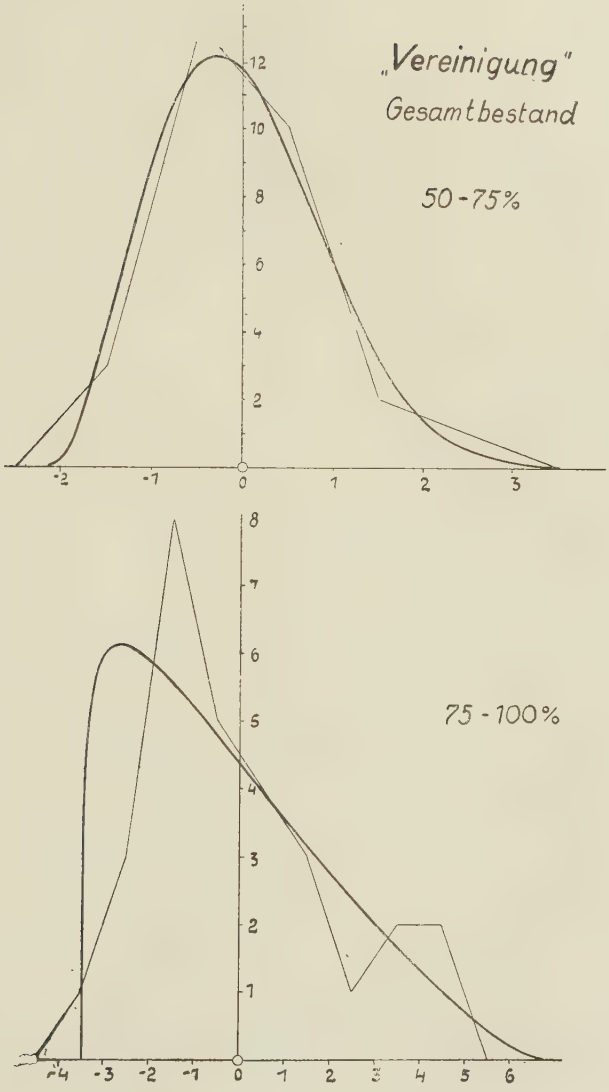
Gesamtbestand

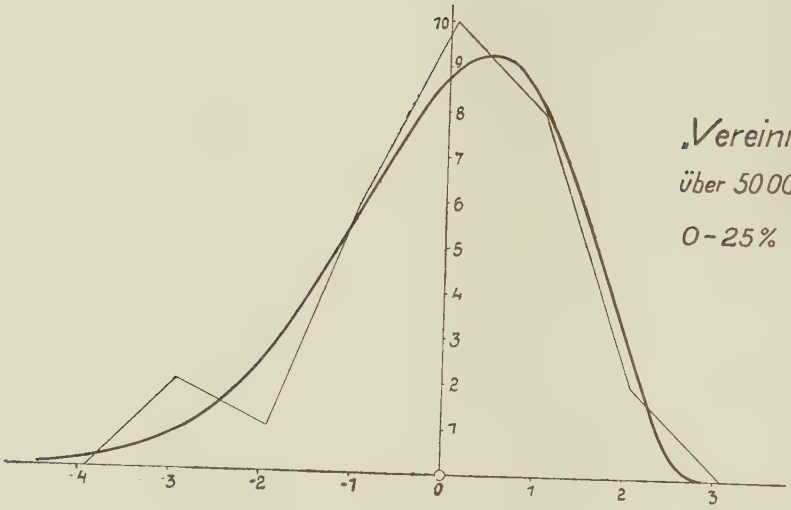
0-25%

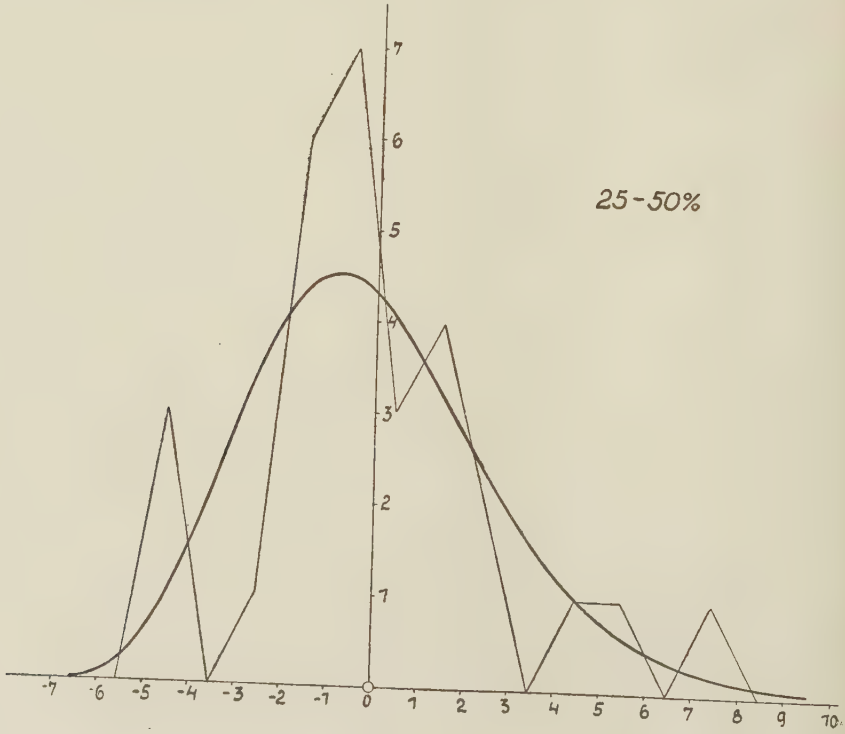


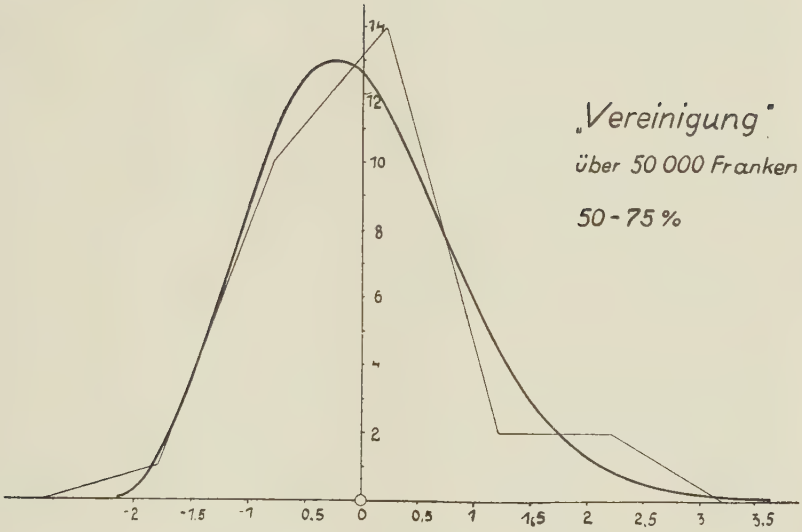
25-50%

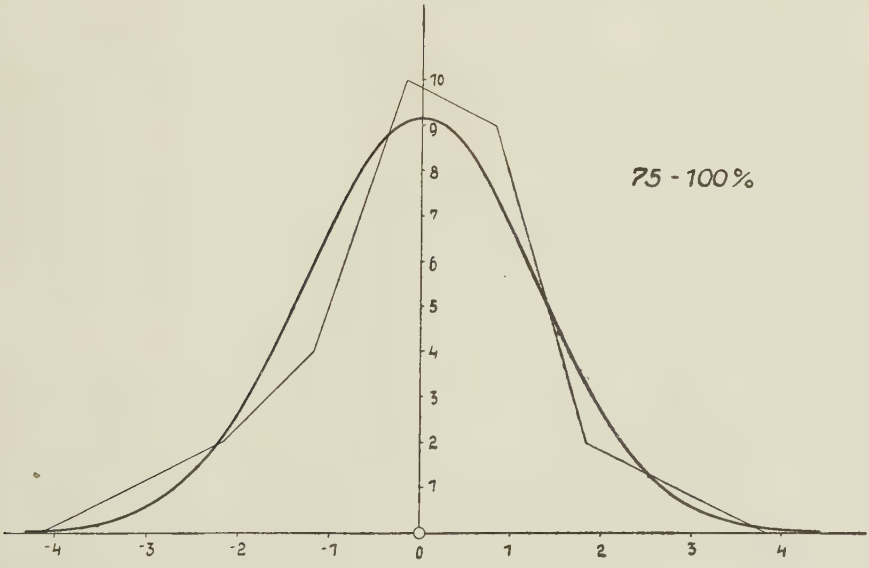



„Vereinigung"
Gesamtbestand
50 - 75%
12
10
8
6
4
2
-2
-1
0
1
2
3
75 - 100%
8
7
6
5
4
3
2
1
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
6


„Vereinigung"
über 50000 Franken
0-25%


25-50%


„Vereinigung"
über 50 000 Franken
50 - 75 %
14
12
10
8
6
4
2
-2
-1.5
-1
0.5
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5


75 - 100 %
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4

In dieser Weise wurde mit sämtlichen Teilschäden verfahren und die Häufigkeitsverteilungen (gestrichen, bzw. schwach ausgezogen) wie auch die entsprechenden Polya-Kurven (stark ausgezogen) gezeichnet.

Man erkennt, daß die Polyaschen Verteilungskurven eine gute Näherung darstellen. Bei der Betrachtung der einzelnen Grenzverteilungen zeigt sich, daß die Formen der Kurven in einer bestimmten Weise variieren: Bei den kleineren Teilschäden zeigen die Kurven eine ausgeprägte Unsymmetrie derart, daß das dritte Moment, als Kennzeichen der Schiefe, negativ wird; bei den Teilschäden von ungefähr 10 bis 30 Prozent sind die Kurven fast symmetrisch, zeigen z. T. sogar eine Gaußsche Verteilung, während ab 30 Prozent die Kurven wieder stark unsymmetrisch werden, jetzt aber dergestalt, daß das dritte Moment positiv wird. Dasselbe Bild erhält man bei der Betrachtung des Materials der „Vereinigung", nur sind dort natürlich die Übergänge wegen der gröberen Unterteilung der Teilschäden nicht so ausgeprägt wie beim „Kanton Bern". Eine Ausnahme macht lediglich die Kurve der „Vereinigung" für Versicherungssummen über 50 000 Franken im Teilschadenintervall 75—100%, bei der man statt einer unsymmetrischen Kurve die Gaußsche erhält. Eine Erklärung für diese Tatsache soll im folgenden gegeben werden. Da es sich um Polyasche Kurven der auf Seite 12 angegebenen Form handelt, können wir umgekehrt jetzt den Grad der Abhängigkeit δ angeben [17]). Es gilt für Kurven mit drittem Moment $\mu_3 < 0$ auch $\delta < 0$ und für Kurven mit $\mu_3 > 0$ auch $\delta > 0$, während den Gaußschen Verteilungen der Fall $\delta = 0$ oder, wegen der Ableitungen von Seite 5—8, der Fall $\delta \to 0$ mit $n\delta = \text{const.}$ entspricht. Es läßt sich also folgende Erklärung des Verlaufs der Kurven geben:

1. Schäden zwischen 0 und 10 Prozent der Versicherungssumme. Sind bisher sehr viele Schäden dieser Größenordnung vorgekommen, so werden bestimmte Ursachen wirksam, die zu verhindern suchen, daß auch weiterhin Schäden dieser Art eintreffen; je mehr Fälle bisher überhaupt eingetreten sind, desto kleiner ist die Wahrscheinlichkeit für den Ausbruch weiterer Brände dieser Größe.

2. Schäden zwischen 10 und 30 Prozent der Versicherungssumme. Der Einfluß der Ansteckung in dem Seite 10 erklärten Sinne ist, wenn überhaupt vorhanden, sehr gering und für die Gestalt der Kurven unmaßgeblich, was z. B. dadurch bewirkt sein kann, daß sich entgegengesetzte Ursachen in ihrer Wirkung aufheben.

---

[17]) Vgl. hierzu Riebesell, Anm. 1, Seite 29—30.

3. Schäden von 30 bis 100 Prozent der Versicherungssumme. Wenn im bisherigen Verlauf sich sehr viele Schäden einer bestimmten Größenklasse über 30 Prozent der Versicherungssumme ereignet haben, so werden, oder sind auch schon, Ursachen wirksam, die weiterhin das Auftreten von Bränden derselben Größe günstig beeinflussen; viele Brände einer festen Größe erhöhen die Wahrscheinlichkeit für den Eintritt weiterer Brände dieser Größe.

Bestimmte Aussagen über die Art der Ursachen, die in den beschriebenen Fällen wirken, könnten nur dann gemacht werden, wenn ausführliche Untersuchungen angestellt würden. Es ist aber nicht Aufgabe dieser Arbeit, näher darauf einzugehen, zumal auch das notwendige statistische Material bisher nicht veröffentlicht worden ist. Wenn daher jetzt einige mögliche Erklärungen des Angeführten gegeben werden, so kann es sich nur um Veranschaulichungen eines vorliegenden Tatbestandes handeln!

Zu 1.: Die in großer Zahl aufgetretenen kleinen Schäden können bewirken, wenn sie in der überwiegenden Zahl z. B. auf Fahrlässigkeit beruhen, daß durch die Behörden oder Anstalten Maßnahmen (Aufklärung, strengere Überprüfung des Brandfalles, . .) getroffen werden, die die Zahl der Brände dieser Art beschränken.

Zu 3.: Hierher gehören die auf Seite 10 beschriebenen Ursachen, in erster Linie also die Witterung.

Jetzt erkennt man aber, daß Ursachen der eben beschriebenen Arten ohne Einfluß auf die Vollschäden großer Versicherungsobjekte bleiben. Ob also bisher viel oder wenig Vollschäden an großen Versicherungsobjekten eingetreten sind, ist ohne Einfluß für den weiteren Eintritt solcher Schäden (Unabhängigkeit). Man erhält als Verteilungsfunktion der Teilschäden 75—100% bei Versicherungssummen über 50 000 Franken die Gaußsche Kurve.

Lebenslauf.

Am 4. März 1914 wurde ich, Kurt K l i n g n e r, als Sohn des am 29. 7. 1937 verstorbenen Walter Klingner in Frankfurt am Main geboren. Nach Beendigung meiner Schulzeit, die ich von Ostern 1920 bis 1924 auf der 18. Gemeindeschule in Berlin-Friedenau und von 1924 bis 1933 auf der Hohenzollernschule, Gymnasial-Abteilung in Berlin-Schöneberg verbrachte, trat ich in den freiwilligen Arbeitsdienst zur Ableistung des Werkhalbjahres ein. Am 11. 10. 1933 wurde ich auf der Friedrich-Wilhelms-Universität zu Berlin immatrikuliert und gehörte ihr bis auf ein Semester, das ich an der Universität Freiburg verbrachte, an.

Ich hörte Vorlesungen der Herren Professoren:

Bieberbach, Doetsch, Feigl, H. F. K. Günther, Hagen, Heidegger, Hofmann, Honecker, Kapferer, Klose, P. Lorenz, Moldenhauer, Neiß, Prion, Riebesell, Rohrbeck, Rose, Rothe, E. Schmidt, Scholz, Schumacher, von Stackelberg, Titze, Tornier, Vahlen, Wiskemann.

Meinen besonderen Dank möchte ich den Herren Referenten Prof. Dr. P. Riebesell und Prof. Dr. A. Klose für die wertvollen Anregungen und die Unterstützung bei der Abfassung meiner Dissertation aussprechen.